

異種材料接合界面近傍に存在する 回転だ円体状介在物による応力集中

野 田 尚 昭, 森 山 泰 嘉

本誌, 第 69 巻, 684 号, (2003-8), 1209~1215 ページ掲載

〔質問者〕 長谷川久夫〔明治大学理工学部〕

(1) 本論文の結言の(1)で「異種接合材料領域の軸対称問題の解析に有用な半径方向と軸方向の集中力の輪が作用するときの応力と変位の基本解を文献(15)の表現を積分して求め、すべて明示した。」とあります。しかし、この基本解はもっと完全な形ですでに示されております〔文献(1)Hasegawa, H., Lee, Ven-Gen and Mura, T., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 59-2, (1992), 312. (2)長谷川久夫・酒井智康, 機論, 61-586, A (1995), 1309〕。すでに示されている基本解に比べて本論文の基本解の長所はどこにありますでしょうか。

(2) 本論文で示された基本解には式中に多くの積分が残されています。これは、特異性の処理がやっかいで、また、これを使った解法の数値結果の精度に影響を与えるのではないのでしょうか(この基本解は、定義は同じですから、点荷重解を力ずくで積分表現する本論文の方法で正しく積分できれば、すでに知られている基本解と一致するはずです)。

(質問受付 2003 年 9 月 30 日)

〔回答者〕

重要な論文をご教示くださり、また、有益なご討論を賜り、深くお礼申し上げます。

(1) ご指摘のとおり、ご教示頂きました文献(1)(2)の応力と変位の基本解は、私どもの論文の式(14)~(28)と完全に対応しています。特に、解析に必要な応力と変位を、すべて閉じた形で与えておられることに深く敬意を表します。

私どもの基本解の導出法と表示の長所をあえて申し上げれば、(A)集中力による応力と変位の解を積分して求めているので、同様な手順を用いて、非軸対称問題の応力と変位の基本解を容易に求めることができる⁽³⁾こと、および、(B)表現が同じであるため、さきの特異積分の処理⁽⁴⁾⁽⁵⁾がそのまま利用でき、プログラミングに便利なことなどがあげられます。

(2) 私どもの基本解中の、第1種、第2種完全だ円積分で表現できない積分は、質問者らのご研究にあるように⁽¹⁾⁽²⁾、第3種の完全だ円積分等で表現できると思います。ここでは、(A)これらの積分には特異性がなく、比較的容易に評価できること、および、(B)第3種完全だ円積分の数値計算用ライブラリを所有していないことなどにより、その表示を求めています。

体積分法などの解析では、特異性のある基本解を積分する際、通常の積分と、特異性のある積分を区別することが重要です。一例として、私どもの σ_r^r (本論文の式(17))をとると、この応力の基本解の表現は、三つの部分に分けることができます。

$$\sigma_r^r = \sigma_{r1}^{r1} + \sigma_{r2}^{r2} + \sigma_{r3}^{r3}$$

ここで、 σ_{r1}^{r1} は、 $I_{n,m}$ で表現される項、 σ_{r2}^{r2} は $J_{n,m}$ で表される項、 σ_{r3}^{r3} はそれら以外の項です。具体的には、

$$\begin{aligned} \sigma_{r1}^{r1} = & B \left[\frac{1}{2} (1 - \kappa_1) (\rho I_{3,0} + r I_{3,1} - 2 \rho I_{3,2}) \right. \\ & + 3 \{ r^2 \rho I_{5,0} - r (r^2 + 2 \rho^2) I_{5,1} \\ & \left. + \rho (2 r^2 + \rho^2) I_{5,2} - r \rho^2 I_{5,3} \} / r_m^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r2}^{r2} = & B \left[-\frac{1}{2} C (1 - \kappa_1) \{ S (\kappa_1 + 1) (r J_{3,1} - \rho J_{3,2}) \right. \\ & - \kappa_1 (\rho J_{3,0} + r J_{3,1} - 2 \rho J_{3,2}) \} \\ & + 3 C \{ (\kappa_1 + 3) (z + \xi) \xi - 6 \xi^2 \} (\rho J_{5,0} - r J_{5,1}) / r_m^2 \\ & - 12 C \rho z \xi (\rho J_{5,0} - r J_{5,2}) / r_m^2 \\ & + 3 C \kappa_1 \{ r^2 \rho J_{5,0} - r (r^2 + 2 \rho^2) J_{5,1} \\ & + \rho (2 r^2 + \rho^2) J_{5,2} - r \rho^2 J_{5,3} \} / r_m^2 \\ & - 30 C z \xi \{ r^2 \rho J_{7,0} - r (r^2 + 2 \rho^2) J_{7,1} \\ & \left. + \rho (2 r^2 + \rho^2) J_{7,2} - r \rho^2 J_{7,3} \} / r_m^4 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r3}^{r3} = & B \int_0^\pi \frac{S (\kappa_1 + 1) \{ C (\kappa_1 - 1) - 2 T \}}{2 R_2^2 (R_2 + z + \xi)^2} \\ & \times [\rho - 3 r \cos \varphi - 2 \rho \cos^2 \varphi \\ & + \frac{3 R_2 + z + \xi}{R_2^2 (R_2 + z + \xi)} \{ r^2 \rho - r (r^2 + 2 \rho^2) \cos \varphi \end{aligned}$$

$$+ \rho(2r^2 + \rho^2) \cos^2 \varphi - r\rho^2 \cos^3 \varphi] d\varphi$$

ここで,

$$I_{n,m} = \int_0^\pi \frac{\cos^m \varphi}{(e_1 - \cos \varphi)^{n/2}} d\varphi,$$

$$J_{n,m} = \int_0^\pi \frac{\cos^m \varphi}{(e_2 - \cos \varphi)^{n/2}} d\varphi,$$

$$e_1 = 1 + \frac{(r-\rho)^2 + (z-\zeta)^2}{2r\rho},$$

$$e_2 = 1 + \frac{(r-\rho)^2 + (z+\zeta)^2}{2r\rho},$$

$$A = \frac{\rho}{2\mu_1 \pi (\kappa_1 + 1) r_m^3}, B = \frac{\rho}{\pi (\kappa_1 + 1) r_m^3},$$

$$C = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma \kappa_1}, S = \frac{2}{1+\Gamma},$$

$$T = \left[\frac{\kappa_1 - 1}{1 + \Gamma \kappa_1} - \frac{(\kappa_2 - 1)}{\kappa_2 + \Gamma} \right], \Gamma = \frac{G_{M2}}{G_{M1}},$$

$$\kappa_1 = 3 - 4\nu_{M1}, \kappa_2 = 3 - 4\nu_{M2}, r_m = \sqrt{2r\rho},$$

$$R_2^2 = r^2 + \rho^2 + (z + \zeta)^2 - 2r\rho \cos \varphi.$$

これらの式から, σ_{rz}^{FI} と σ_{rz}^{FI} の積分は, 鏡像点と注目点の距離 $R_2^2 = r^2 + \rho^2 + (z + \zeta)^2 - 2r\rho \cos \varphi$ に関連することがわかります. よって, 注目点と着力点が一致する場合 $(r, z) \rightarrow (\rho, \zeta)$ でも, 特異性はなく, σ_{rz}^{FI} の表現は解析精度に影響しません. なお, 特異性のある σ_{rz}^{FI} は, 文献(4)(5)の方法によって評価可能です. 有益なご討論に重ねてお礼申し上げます.

文 献

- (1) Hasegawa, H., Lee, V.-G. and Mura, T., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **59**-2, (1992), 312.
- (2) 長谷川久夫・酒井智康, 機論, **61**-586, A (1995), 1309.
- (3) Noda, N.-A., Ogasawara, N. and Matsuo, T., *Int. J. Solids. Struct.* **40**-8, (2003), 1923-1941.
- (4) 野田尚昭, 九州大学学位論文, (1984), 50-64.
- (5) 野田尚昭・鍵田雅幸・陳夢成・小田和弘, 機論, **69**-686, A (2003), 1442-1449.

(回答受付 2003 年 11 月 28 日)